

G. Steinbach, J. Palme:

Lebensqualität in Kärnten. Ein System regionaler Indikatoren 3)

- 1) Der Beitrag erschien in : Informationen zur Raumentwicklung, Heft 7, 1974, S. 467- 483
- 2) Der Beitrag erschien in: Raumforschung und Raumordnung, Jahrgang 36/ 1978, Heft 5
- 3) Der Beitrag erschien in: Raumordnung in Kärnten, Band 9, Klagenfurt 1978

Jörg Beutel

Seminar für empirische Wirtschaftsforschung  
Universität München

Ein raumwirtschaftstheoretischer Erklärungsansatz  
zur Verstädterung

Gliederung:

1. Einleitung
2. Ein makroökonomisches Programmierungsmodell
3. Ein lineares Programmierungsmodell für mehrere Regionen
4. Die Theorie der zentralen Orte: optimale Absatzreichweiten und Produktionsstandorte
5. Standorttheoretische Programmierungsmodelle
6. Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen

## 1. Einleitung

Es soll der Versuch unternommen werden, durch Verbindung einiger Elemente der Input-Output-Analyse, des Linearen Programmierens, der Theorie der zentralen Orte und der zahlreichen Ableitungen von Rang-Größe-Verteilungen von Städten einen Erklärungsansatz für Konzentrations- und Verstädterungstendenzen der Bevölkerung eines Wirtschaftsgebietes zu formulieren, der die ökonomischen Bestimmungsgründe in den Vordergrund stellt. Dabei verstehen wir unter

- Konzentration die räumliche Verdichtung der Bevölkerung eines Wirtschaftsgebietes in einer bestimmten Anzahl zentraler Orte konstanter Fläche und unter
- Verstädterung den auf Grund von geeigneten Abgrenzungskriterien ermittelten Anteil der städtischen Bevölkerung an der Gesamtbevölkerung, wobei im Zeitablauf Anzahl und Fläche der zentralen Orte veränderlich sind.

Diese Unterscheidung ermöglicht es, die Folgen veränderter Lebensgewohnheiten und Produktionsbedingungen für eine bestimmte Fläche zu untersuchen und zugleich den mit der wirtschaftlichen Entwicklung verbundenen Flächen- und Bevölkerungszuwachs der Städte zu analysieren.

Dieses Vorhaben zielt nicht darauf ab, letzten Endes die räumliche und sektorale Allokation der Produktionsfaktoren zu erklären. Dieser Anspruch wäre zu ambitionös, da ein großer Teil der Fragen, an denen Ökonomen arbeiten, dann beantwortet wäre. Wichtig scheint der Versuch zu sein, einige der genannten Ansätze stärker miteinander zu verbinden. An einigen Punkten wird allerdings deutlich, daß die folgenden Ausführungen die bekannten Beschränkungen, denen Partialansätze unterliegen, nicht überwinden können.

Die Vorgehensweise verdeutlicht das Flußdiagramm in Abbildung 1. Zunächst wird für eine Punktwirtschaft ein makroökonomisches Programmierungsmodell formuliert, das die sektorale Beschäftigungsstruktur mit den entsprechenden Einkommen und Produktionswerten abbildet, die sich aus der Maximierung einer Zielfunktion unter Nebenbedingungen ergibt. Für ein Land der Pendler, das aus der in der Theorie der zentralen Orte üblichen Annahme einer homogenen Nachfrageverteilung folgt, kann im nächsten Schritt die räumliche Verteilung der Produktion bestimmt werden. Um die realitätsferne Annahme einer räumlich gleichverteilten Nachfrage aufgeben zu können, wird die Möglichkeit diskutiert, standorttheoretische Programmierungsmodelle zu integrieren, die in der Lage sind, die Verteilung von Wohn- und Arbeitsstätten simultan vorzunehmen. Diese Programmierungsmodelle können eine Hierarchie von Städten abbilden, die Ähnlichkeiten mit den zahlreichen Hierarchiemodellen aufweist, die bei der Weiterentwicklung der Theorie der zentralen Orte entworfen wurden. Zum Schluß wird nachgewiesen, daß jeder zentrale Ort nicht nur eine bestimmte Hierarchie-

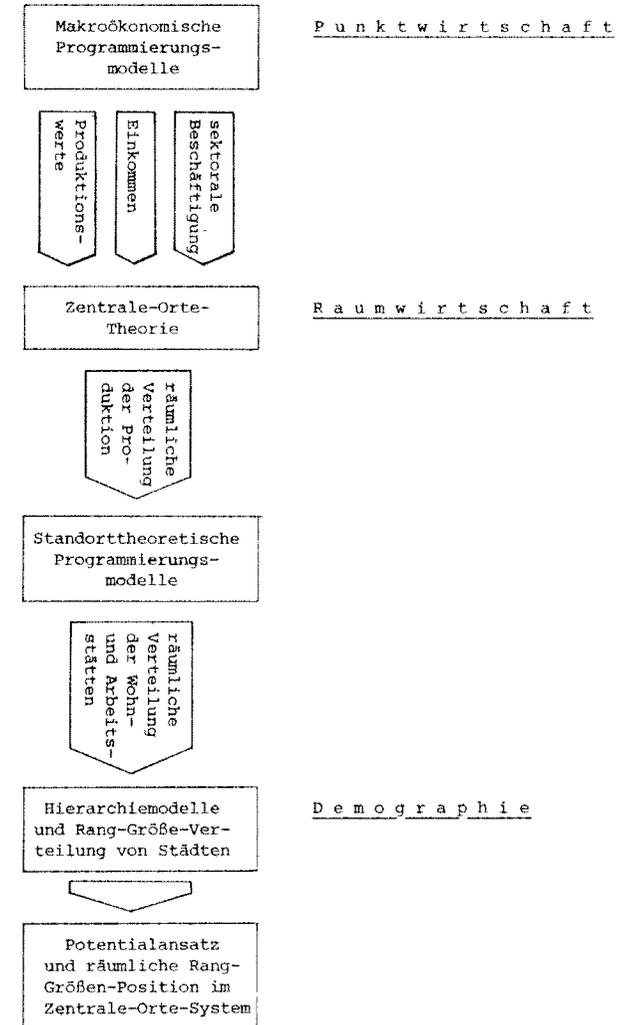


Abbildung 1: Aufbau der Studie

stufe im Rahmen einer Rang-Größen-Ordnung der Städte einnimmt, sondern auch eine ganz bestimmte räumliche Rang-Größen-Position im Zentrale-Orte-System besitzt, die über Potentialwerte berechnet werden kann.

2. Ein makroökonomisches Programmierungsmodell

Ausgangspunkt der Überlegungen ist ein makroökonomisches Problem: Für eine Punkt-Wirtschaft ist die Frage zu klären, welche Güter bei bekundeten Präferenzen der Verbraucher, bekannten Produktionsverfahren und beschränkten Ressourcen hergestellt werden sollen und welche sektorale Beschäftigungs- und Einkommensstruktur sich hieraus ergibt. Dieses Problem soll zunächst der Einfachheit halber für eine 2-Sektoren-Wirtschaft untersucht werden.

Gegeben seien 2 linear-limitationale Produktionsprozesse zur Herstellung von 2 homogenen Konsumgütern, in denen als Produktionsfaktoren wiederum die erzeugten Güter als Zwischenprodukte und die Primärfaktoren Arbeit und Kapital eingesetzt werden. Der Produktionsfaktor Arbeit sei intersektoral mobil, der Produktionsfaktor Kapital immobil; beide Faktormengen seien beschränkt. Die Präferenzen der Verbraucher bilden sich zunächst in einem linearen Indifferenzkurvensystem ab.

- Produktionsfunktionen:

$$x_1 = \min(b_1 x_{11}, b_2 x_{21}, b_3 L_1, b_4 K_1)$$

$$x_2 = \min(b_5 x_{12}, b_6 x_{22}, b_7 L_2, b_8 K_2)$$

Legende:

- $x_{ij}$  = Zwischenprodukt von Sektor i für Sektor j
- $x_i$  = Endprodukt
- $x_i^d$  = Endnachfrage
- $L_j$  = Arbeit
- $K_j$  = Kapital
- $L_j^d$  = Überschußkapazität an Arbeit
- $K_j^d$  = Überschußkapazität an Kapital

- Beschränkungen

$$L_1 + L_2 = \bar{L}$$

$$K_1 = \bar{K}_1$$

$$K_2 = \bar{K}_2$$

- Produktionskoeffizienten:

$a_{11} = 1/b_1 = x_{11}/x_1$	$a_{12} = 1/b_5 = x_{12}/x_2$	
$a_{21} = 1/b_2 = x_{21}/x_1$	$a_{22} = 1/b_6 = x_{22}/x_2$	
$l_1 = 1/b_3 = L_1/x_1$	$l_2 = 1/b_7 = L_2/x_2$	Sektor 2
$k_1 = 1/b_4 = K_1/x_1$	$k_2 = 1/b_8 = K_2/x_2$	

- Maximierungsmodell:

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_1^d$	$= x_1$	} Beschränkungsgleichungen
$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_2^d$	$= x_2$	
$l_1x_1 + l_2x_2 + L^d$	$= \bar{L}$	
$k_1x_1 + k_2x_2 + K_1^d + K_2^d$	$= \bar{K}_1$	
	$= \bar{K}_2$	
$p_1x_1^d + p_2x_2^d$	$= \text{Max!}$	} Zielfunktion

- Alternative Zielfunktion:

Die Bewertungen der Endnachfragegüter können in entsprechende Deckungsbeiträge für die Produktionswerte umgerechnet werden. Maßgebend für diese Umrechnung ist lediglich die Technologiematrix:

$$z_j = p_j^d - \sum_i a_{ij} p_i^d$$

$z_1x_1 + z_2x_2$	$= \text{Max!}$	} Zielfunktion
-------------------	-----------------	----------------

- Beschränkungsgleichungen

Die Beschränkungsgleichungen sind zeilenweise so zu lesen, daß ein produziertes Gut als Zwischenprodukt und als Konsumgut verwendet werden kann.

Der Produktionsfaktor Arbeit ist in seiner Kapazität beschränkt und kann wahlweise in beiden Produktionsprozessen eingesetzt werden. Sofern sein Vorrat nicht verbraucht wird, verbleibt eine Überschußkapazität.

Der Produktionsfaktor Kapital ist immobil. Der Kapitalstock jeder Branche ist fest installiert, jedoch ist nicht erforderlich, daß er auch vollends eingesetzt wird. Auch hier kann eine Überschußkapazität auftreten.

- Zielfunktion:

Im Prinzip können sämtliche im Modell vorkommenden Variablen mit positiven, negativen oder Null-Koeffizienten gewichtet werden. In makroökonomischen Modellen liegt es nahe, zunächst die Endnachfragemengen unter den gegebenen Beschränkungen zu maximieren.

Da die Nachfrage nach primären Inputs von der Höhe der Endnachfrage abhängt, wird eine positive Gewichtung der Endnachfragemengen auch eine hohe Beschäftigung der Produktionsfaktoren bewirken. Soll der Faktor Arbeit möglichst ausgelastet werden,  $L^d$  so ist die entsprechende Hilfsvariable für ungenutzte Faktorleistungen  $L^d$  mit einem stark negativen Koeffizienten in der Zielfunktion zu berücksichtigen.

Wir wollen zunächst den Endnachfragemengen ( $x_1^d$  und  $x_2^d$ ) positive Koeffizienten ( $p_1^d$  und  $p_2^d$ ) zuweisen. Wie können diese Koeffizienten interpretiert werden?

Zunächst im Sinne eines linearen Präferenzsystems, das später über sogenannte Spline-Funktionen zu einem konvexen System approximiert werden wird. Diese Koeffizienten können aber auch als vorgegebene Werte aufgefaßt werden, die den Produktionsmengen pro Einheit zugemessen werden, die als Fertigprodukte von der Industrie an die Haushalte geliefert werden. Wenn also dieser Koeffizient als Preis aufgefaßt wird, der nicht durch das Modell bestimmt wird, dann bezeichnet der maximale Wert der Zielfunktion den Gesamtwert der für Konsum- und Reinvestitionszwecke verwendeten Gütermengen. Dieser Wert entspricht dem Volkseinkommen. Diese Interpretation ist übrigens auch bei Berücksichtigung einer Präferenzordnung möglich, wenn man ein Endprodukt als "numéraire" einsetzt.

Zunächst verfolgen wir das Ziel, entsprechend der Bedürfnisstruktur die Endnachfragemengen zu maximieren; dies impliziert eine Maximierung des Volkseink-

kommens. Die graphische Analyse des Optimierungsproblems wird getrennt für die Produktionsmengen  $x_i$  (Abbildung 2) und die Endnachfragemengen  $x_i^d$  (Abbildung 3) vorgenommen.

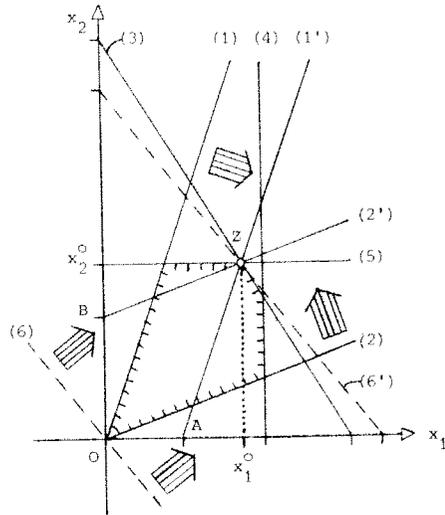


Abbildung 2: Maximierung der Produktionsmengen

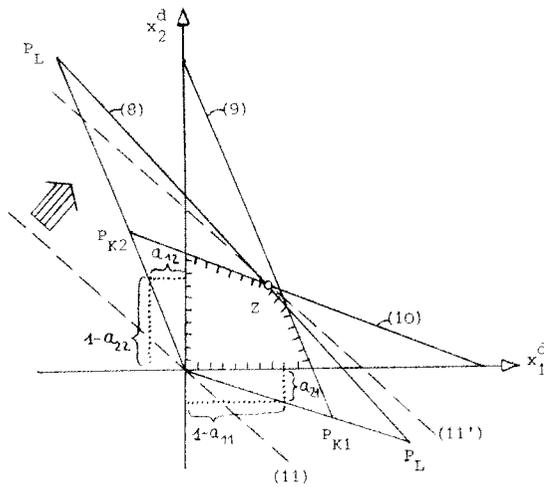


Abbildung 3: Maximierung der Endnachfragemengen

Die Beschränkungsgleichungen (1) und (2) in Abbildung 2 sind so gewählt, daß für unser Beispiel die Simon-Hawkins-Bedingungen erfüllt sind. Im Produktionsprozeß werden nicht mehr Zwischenprodukte verbraucht, als mit den Primärfaktoren überhaupt erzeugt werden können. Die Beschränkungsgleichungen (3), (4) und (5) gelten für die Primärfaktoren. Die Zielfunktion (6) tastet im Verlauf des Simplex-Algorithmus von der Null-Lösung aus den schraffierten Beschränkungspolyeder ab, bis die Optimallösung in (Z) erreicht ist.

Erstellt man für diese Optimallösung eine Input-Output-Tabelle, so erweist sich, daß die Beschränkungsgleichungen (1) und (2) für die Zwischenprodukte sich jeweils parallel aus dem Nullpunkt in den Punkt (Z) verschieben. Die entsprechenden Endnachfragemengen können in diesem Diagramm nur mittelbar aus den jeweiligen Abzissen- bzw. Ordinatenwerten abgelesen werden. So entspricht die Strecke OA der Endnachfragemenge  $x_1^d / (1 - a_{11})$  und die Strecke OB der Endnachfragemenge  $x_2^d / (1 - a_{22})$ .

Da Verbraucher ihre Präferenzordnung jedoch an Endnachfragemengen orientieren und sich kaum bewußt sind, in welchem Ausmaß produzierte Güter im Produktionsprozeß untergehen, wollen wir die gleichen Zusammenhänge durch einen Beschränkungspolyeder für Endnachfragegüter darstellen. In Abbildung 3 sind die Beschränkungsgleichungen der Zwischenprodukte implizit in den Beschränkungsgleichungen der Primärfaktoren enthalten. So entspricht die Gleichung (8) der Beschränkung, die durch den Primärfaktor Arbeit entsteht, die Gleichung (9) dem Kapitalstock des Sektors 1 und die Gleichung (10) dem Kapitalstock des Sektors 2.

Es gibt nun folgende Alternativen:

- Aus einer zunächst linearen Präferenzordnung werden über einen "numéraire" Konsumgüterpreise bestimmt und dann ein LP-Programm zur Maximierung der Endnachfragemengen entwickelt. In der Optimallösung werden die Produktionsfaktoren nach ihren Schattenpreisen entlohnt, nicht ausgelastete Faktoren erhalten allerdings keinen Schattenpreis. Wollen wir einen Anhaltspunkt für eine auch diesen Faktoren angemessene Entlohnung gewinnen, müssen die Kapazitäten um die in der Optimallösung ausgewiesenen Überschufkapazitäten verringert werden. Dadurch ändert sich die Optimallösung nicht, wohl aber das System der Schattenpreise. Es ergeben sich folgende Werte:

Produktionswerte:

$$P_1 x_1 + P_2 x_2$$

Endnachfrage bzw. Wertschöpfung:  $z_1 x_1 + z_2 x_2$  bzw.  $P_1 x_1^d + P_2 x_2^d$

Über die Schattenpreise der ausgelasteten Primärfaktoren lassen sich auch wieder die Güterpreise berechnen:

$$(E-A)' \cdot P = Y \quad \text{bzw.} \quad P = (E-A)^{-1} \cdot Y \quad \text{wobei } Y = \text{Wertschöpfung pro Einheit}$$

- Alternativ könnte man auch die Preise der Primärfaktoren vorgeben und fiktive Güterpreise berechnen. Diese können aber nur Anhaltspunkte für die tatsächlichen Güterpreise liefern, die sich am Markt bilden, so etwa für die Frage, ob sie kostendeckenden Preisen entsprechen.

- Reinvestitionen können in diesem Modell innerhalb der Vorleistungen berücksichtigt werden. Nettoinvestitionen würden in der nächsten Produktionsperiode die Kapazitäten der Primärfaktoren erhöhen. Keynesianische Konsumfunktionen könnten ohne große Schwierigkeiten in diesen Modellen integriert werden.

Auf Grund dieser Angaben sind wir nun in der Lage, aus den Mengenangaben des linearen Programms eine monetäre Input-Output-Tabelle für eine Produktionsperiode zu erstellen. Der volkswirtschaftliche Kreislauf ist geschlossen.

Bevor wir dieses Modell um eine räumliche Dimension erweitern und die Frage diskutieren, ob dieser Ansatz auch als Beschreibung des totalen mikroökonomischen Gleichgewichts verstanden werden kann, wollen wir für die Haushalte die Annahme der konstanten Grenzrate der Substitution (lineares Indifferenzkurvensystem) aufheben.

Bisher wurde das in Abbildung 4 dargestellte makroökonomische Programmierungsproblem behandelt.

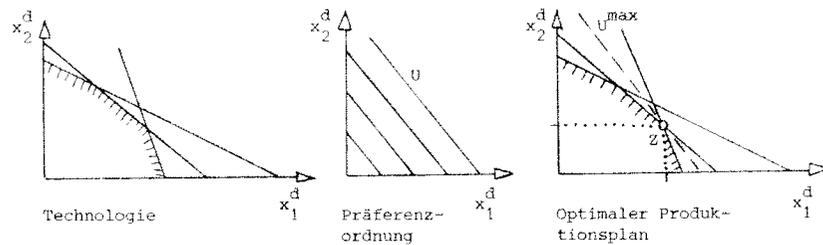


Abbildung 4: Maximierung der Endnachfrage

Nun wird vorgeschlagen, über sogenannte Spline-Funktionen lineare Indifferenzkurvensysteme konvex zu approximieren. Konkret bedeutet dies, daß die einzelnen linearen Indifferenzkurvensysteme unterschiedlicher Steigung nur in bestimmten Sektoren (vgl. Abbildung 5) definiert sind.

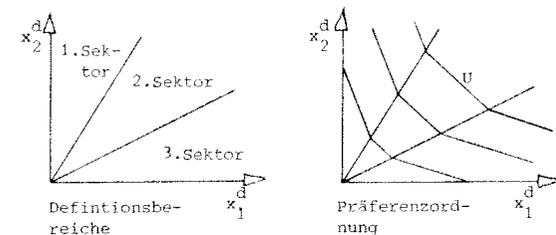


Abbildung 5: Konvexe Approximation von Indifferenzkurven

Die konstante Steigung der Indifferenzkurven in einem Sektor ist unabhängig von der Steigung in anderen Sektoren, nicht dagegen das Niveau ihrer impliziten Bewertung. Gibt man für den 1. Sektor unter Berücksichtigung eines "numéraire" eine konstante Bewertungsrelation der beiden Endnachfragegüter vor, so sind im folgenden alle anderen "Preise" oder Indexpunkte bestimmt, sofern die Konsumenten ihre Austauschrelationen für die einzelnen Sektoren bekundet haben. Bei der Bewertung der Preis- bzw. Bewertungsrelationen muß lediglich beachtet werden, daß in den Verknüpfungspunkten einer Indifferenzkurve auf den die Sektoren trennenden Fahrstrahlen die Bewertungssumme der jeweiligen Segmente gleich hoch ist.

Die optimale Lösung ist gefunden, wenn bei der abschnittswiseen Optimierung ein Indifferenzkurvensystem gefunden wurde, das zu einem maximalen Wert der Zielfunktion führt (vgl. Abbildung 6). Die der optimalen Lösung entsprechende vollständige Indifferenzkurve kann dann über die Verknüpfungspunkte errechnet werden. Der maximale Wert der Zielfunktion besagt, daß ein Punkt einer Indifferenzkurve gefunden wurde, der unter den gegebenen Beschränkungen eine maximale Bedürfnisbefriedigung verspricht.

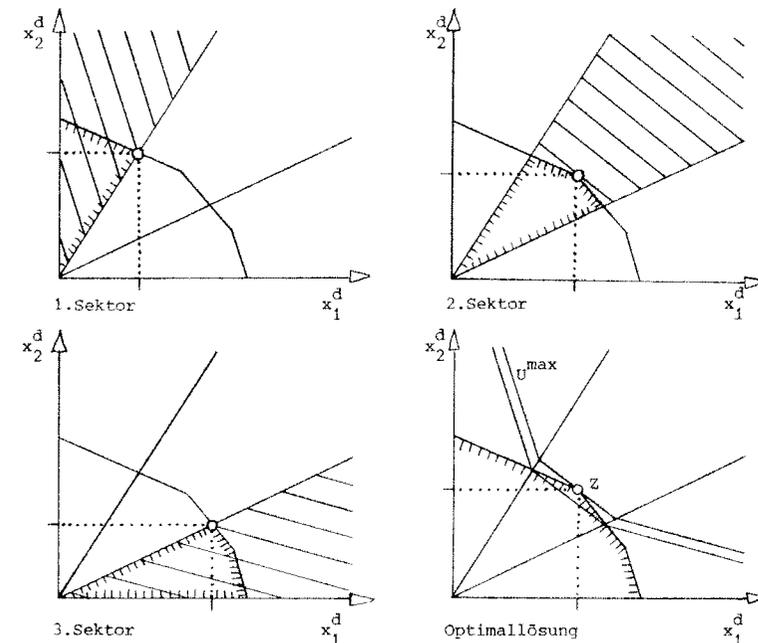


Abbildung 6: Maximierung der Endnachfragemengen mit wechselnden Grenzraten der Substitution

Auf der Suche nach dem gesamtwirtschaftlichen Wohlstandsoptimum für eine einfache Modellwirtschaft liegt es nahe, sich der Analogie der Nutzenmaximierung einzelner Individuen zu bedienen. Kritisch zu fragen ist, ob die bisher formulierte Zielfunktion als Wohlfahrtsfunktion bezeichnet werden kann. Wir wollen an dieser Stelle nicht die Frage aufgreifen, welche logische Anforderungen an eine Wohlfahrtsfunktion (vgl. hierzu BERGSON, 1938; SAMUELSON, 1947; LITTLE, 1957; GRAAF, 1957; SOHMEN, 1976) zu stellen sind. Der Begriff wird hier lediglich als ein Hilfsmittel zur Auffindung logischer Konsequenzen verschiedener Zielvorstellungen über die wünschenswerten Gestaltung einer Gesellschaft benutzt. Völlig abwegig wäre etwa die Vorstellung, man könne eine "objektive" von den Wertvorstellungen der Individuen unabhängige Funktion aufstellen, die dem Wirtschaftspolitiker jede gewünschte Antwort auf die Frage liefert, was machbar ist und was gemacht werden soll. Wohlfahrtsökonomische Aussagen setzen Nutzenvergleiche zwischen Individuen voraus; sie werden der subjektiven Wertschätzung eines Beobachters entnommen, ein objektiver Maßstab ist nicht in Sicht. Von einer gesellschaftlichen Indifferenzkurve müßte man also fordern, daß sie der geometrische Ort konstanten Wohlfahrtsniveaus bei veränderlichen Nutzenniveaus der einzelnen Mitglieder der Gesellschaft ist. Nur so können Verteilungsurteile einbezogen werden.

Wenn wir im folgenden gesamtwirtschaftliche Zielfunktionen verwenden, dann sind diese zunächst nur als Ausdruck identischer Präferenzen der Individuen (eine für den Realitätsgehalt hoffnungslose Unterstellung) oder als Zielvorstellung eines Individuums (Agent, Partei, Staat) für die Gesamtwirtschaft zu verstehen. Nur so können wir dem Arrow-Paradoxon entgehen (vgl. hierzu MEADE, 1952; BLACK, 1958). Diese gesamtwirtschaftlichen Zielfunktionen erlauben also lediglich, die Konsequenzen alternativer Zielvorstellungen für Gestaltung des Produktionsprozesses aufzuzeigen.

### 3. Ein lineares Programmierungsmodell für mehrere Regionen

In unserem nächsten Schritt wollen wir noch nicht explizit räumliche Wirtschaftsbeziehungen berücksichtigen, sondern zunächst die Frage klären, wie ein derartiges Programmierungsmodell für ein in 2 oder 3 Regionen unterteiltes Land aussieht. Da keine Außenwirtschaftsbeziehungen berücksichtigt werden, muß in diesem Modell sichergestellt sein, daß die interregionalen Leistungsströme ausgeglichen sind.

Die Grundstruktur des 2-Regionen-LP-Modells (vgl. Tabelle 1) stimmt mit dem makroökonomischen Ansatz für eine Punktwirtschaft überein. Der Unterschied

besteht lediglich darin, daß nun regionale Kapazitätsengpässe der Primärfaktoren in ihrer Bedeutung schwinden, da Vorleistungsimporte zugelassen sind. Selbstverständlich können diese nicht beliebig an die Stelle intraregionaler Vorleistungen treten, da Transportkosten anfallen.

Tabelle 1: Ein Programmierungsmodell für 2 Regionen (Modell I)

	Vorleistungen				Exporte				Konsumgüter				Restkapazität				Kapazität		
	Region 1		Region 2		Reg.1		Reg.2		Reg.1		Reg.2		Reg.1		Reg.2				
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>	y <sub>6</sub>	y <sub>7</sub>	y <sub>8</sub>	y <sub>9</sub>	y <sub>10</sub>	Q
x <sub>1</sub>	a <sub>11</sub> <sup>-1</sup>	a <sub>12</sub>			1				1										0
x <sub>2</sub>	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub> <sup>-1</sup>				1				1									0
M <sub>1</sub>	m <sub>11</sub>	m <sub>12</sub>					-1												0
M <sub>2</sub>	m <sub>21</sub>	m <sub>22</sub>						-1											0
L	l <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>											1						L̄
K <sub>1</sub>	k <sub>1</sub>													1					K̄ <sub>1</sub>
K <sub>2</sub>		k <sub>2</sub>													1				K̄ <sub>2</sub>
x <sub>3</sub>			a <sub>33</sub> <sup>-1</sup>	a <sub>34</sub>			1				1								0
x <sub>4</sub>			a <sub>43</sub>	a <sub>44</sub> <sup>-1</sup>				1				1							0
M <sub>3</sub>			m <sub>33</sub>	m <sub>34</sub>				-1											0
M <sub>4</sub>			m <sub>43</sub>	m <sub>44</sub>				-1											0
L			l <sub>3</sub>	l <sub>4</sub>												1			L̄
K <sub>3</sub>			k <sub>3</sub>														1		K̄ <sub>3</sub>
K <sub>4</sub>				k <sub>4</sub>														1	K̄ <sub>4</sub>
ZF										P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>						Max!

Legende:

- x<sub>1</sub> = Gesamtproduktion des Gutes 1 in Region 1
- x<sub>2</sub> = Gesamtproduktion des Gutes 2 in Region 1
- x<sub>3</sub> = Gesamtproduktion des Gutes 1 in Region 2
- x<sub>4</sub> = Gesamtproduktion des Gutes 2 in Region 2
- x<sub>5</sub> = Export des Gutes 1 von Region 1 in Region 2
- x<sub>6</sub> = Export des Gutes 2 von Region 1 in Region 2
- x<sub>7</sub> = Export des Gutes 1 von Region 2 in Region 1
- x<sub>8</sub> = Export des Gutes 2 von Region 2 in Region 1
- y<sub>1</sub> = Endverbrauch des Gutes 1 in Region 1
- y<sub>2</sub> = Endverbrauch des Gutes 2 in Region 1
- y<sub>3</sub> = Endverbrauch des Gutes 1 in Region 2
- y<sub>4</sub> = Endverbrauch des Gutes 2 in Region 2
- y<sub>5</sub> = Restkapazität des Primärfaktors Arbeit in Region 1
- y<sub>6</sub> = Restkapazität des Primärfaktors Kapital des Sektors 1 in Region 1
- y<sub>7</sub> = Restkapazität des Primärfaktors Kapital des Sektors 2 in Region 1
- y<sub>8</sub> = Restkapazität des Primärfaktors Arbeit in Region 2
- y<sub>9</sub> = Restkapazität des Primärfaktors Kapital des Sektors 1 in Region 2
- y<sub>10</sub> = Restkapazität des Primärfaktors Kapital des Sektors 2 in Region 2
- a<sub>ij</sub> = intraregionaler Vorleistungskoeffizient
- m<sub>ij</sub> = interregionaler Vorleistungskoeffizient

Am Schluß dieser Vorüberlegungen steht eine Volkswirtschaftliche Gesamt-rechnung für eine einzelne Region (vgl. Tabelle 2). Da bisher lediglich Re-investitionen erfaßt wurden, soll kurz diskutiert werden, wie in diesem Modell Nettoinvestitionen berücksichtigt werden können. In diesem Zusammenhang wird vorgeschlagen, bei der Darstellung der interregionalen Güter- und Leistungs-ströme die Exporte nach der Art ihrer Verwendung in den empfangenden Regionen aufzugliedern.

Tabelle 2: Input-Output-Tabelle für die Region 1

		Zwischennachfr.		Endnachfrage							
		Unternehmen		Haushalte		Unternehmen		Haushalte			
Interm. Input	Untern.	$V_{11}$	$V_{12}$	$C_1$	$I_{11}^n$	$I_{12}^n$	$12^{X_{11}^{VL}}$	$12^{X_{12}^{VL}}$	$12^{X_{11}^C}$	$12^{X_{11}^{In}}$	$12^{X_{12}^{In}}$
		$V_{21}$	$V_{22}$	$C_2$	$I_{21}^n$	$I_{22}^n$	$12^{X_{21}^{VL}}$	$12^{X_{22}^{VL}}$	$12^{X_{21}^C}$	$12^{X_{21}^{In}}$	$12^{X_{22}^{In}}$
Primäraufwand	Haush.	$L_1$	$L_2$								
		$G_1$	$G_2$								
	Untern.	$21^{M_{11}^{VL}}$	$21^{M_{12}^{VL}}$	$21^{M_1^C}$	$21^{M_{11}^{In}}$	$21^{M_{12}^{In}}$					
		$21^{M_{21}^{VL}}$	$21^{M_{22}^{VL}}$	$21^{M_2^C}$	$21^{M_{21}^{In}}$	$21^{M_{22}^{In}}$					

## Legende:

- $V_{ij}$  = intraregionale Vorleistungslieferungen des Sektors i an den Sektor j (einschließlich Ersatzinvestition)
- $C_i$  = intraregionale Verkäufe von Konsumgütern durch den Sektor i
- $I_{ij}^n$  = intraregionale Verkäufe von (Netto-)Investitionsgütern durch den Sektor i für Kapazitätserweiterungen des Sektors j
- $12^{X_{ij}^{VL}}$  = interregionale Verkäufe von Vorleistungen (Export von Gütern des Sektors i in Region m, die als Vorleistungen in der Produktion des Sektors j in der Region n eingesetzt werden.)
- $12^{X_i^C}$  = interregionale Verkäufe von Konsumgütern (Export von Konsumgütern des Sektors i in Region m, die von den Haushalten der Region n direkt importiert werden.)
- $12^{X_{ij}^{In}}$  = interregionale Verkäufe von (Netto-)Investitionsgütern (Export von Gütern des Sektors i in Region m, die in der Region n direkt den Kapitalstock des Sektors j erhöhen.)
- $21^{M_{ij}^{VL}}$  = interregionale Verkäufe von Vorleistungen (Import von Gütern des Sektors i in Region m, die als Vorleistungen in der Produktion des Sektors j in der Region n eingesetzt werden.)
- $21^{M_i^C}$  = interregionale Verkäufe von Konsumgütern (Export von Konsumgütern des Sektors i in Region m, die von den Haushalten der Region n direkt importiert werden.)
- $L_i$  = Löhne des Sektors i
- $G_i$  = Gewinne (Mieten, Pachten, Zinsen) des Sektors i

Tabelle 2 ist wie eine Input-Output-Tabelle für Region 1 zu lesen. Gegenüber der üblichen Erfassungsweise wird lediglich der Direktimport von Konsum- und Investitionsgütern gesondert ausgewiesen. Üblicherweise wird in der Input-Output-Analyse nicht nach dem Verwendungszweck von Exporten unterschieden. Uns scheint es wichtig, zwischen der Verwendung dieser Exportgüter in einer anderen Region als Vorleistung, Konsum- oder Investitionsgut zu unterscheiden. Der Grund ist in der Tatsache zu sehen, daß aus technologischen Gründen lediglich der Anteil der Zwischenprodukte am Produktionswert fest vorgegeben ist. Wieviel davon aus anderen Regionen importiert wird, ist zunächst unerheblich, sofern der Gesamtvorleistungskoeffizient eingehalten wird. Der Import von Investitionsgütern erhöht dagegen den Kapitalstock einer Region. Für unser lineares Programmierungsmodell bedeutet dies, daß der Wirtschaftskreislauf für eine in Regionen unterteilte Volkswirtschaft dann geschlossen ist, wenn der Import von Kapitalgütern als Aufstockung der Kapazitäten des Beschränkungsvektors verstanden wird und die importierten Vorleistungen im Produktionsprozeß untergehen.

## 4. Die Theorie der zentralen Orte: optimale Absatzreichweiten und Produktionsstandorte

In dem bisherigen Programmierungsmodell können zwar ohne große Schwierigkeiten der spezifische Flächenbedarf der einzelnen Produktionssektoren und die Transportkosten der intra- und interregionalen Güter- und Leistungsströme berücksichtigt werden, die räumliche Verteilung der Produktionsfaktoren muß dagegen noch für jede Region exogen vorgegeben werden. Das Problem der optimalen sektoralen Allokation der Produktionsfaktoren scheint mit Hilfe eines makroökonomischen Programmierungsmodells lösbar, daß Problem der räumlichen Allokation zumindest aber nicht mit dem bisher präsentierten Programmierungsmodell.

An dieser Fragestellung knüpft die Theorie der zentralen Orte (vgl. CHRISTALLER, 1933; LÖSCH, 1940) an. Grundlage dieser Theorie ist die Ableitung maximaler Absatzreichweiten für homogene Güter. Sofern Transportkosten auftreten, entsteht im Wirtschaftsraum ein Netz von Marktgebieten für unterschiedliche Produktionen. Wenn wir aber, wie ich meine zu Recht, sagen, daß nicht die Theorie der vollkommenen Konkurrenz, sondern die Theorie der unvollkommenen Konkurrenz der allgemeinere theoretische Ansatz ist, sobald man Raumwirtschaftsbeziehungen berücksichtigt, müssen wir unterstellen, daß die Produzenten als räum-

liche Monopolisten agieren, die homogene Güter anbieten. Abstrahieren wir dann wieder von Raum und Zeit, tritt die Theorie der vollkommenen Konkurrenz hervor (vgl. GREENHUT, 1970).

Die entscheidende Frage ist nun, welche Landschaftsstruktur sich für eine Volkswirtschaft ergibt, in der die Produktion bestimmter Güter aufgenommen wird. Kommt es zu einer dispersen Produktion allerorten oder zu einer Konzentration in bestimmten Punkten des Raumrasters? Wenn wir zunächst von der für die Theorie der zentralen Orte typischen Annahme einer räumlich gleichverteilten Nachfrage ausgehen, werden die einzelnen Unternehmen ihre Standorte zunächst so wählen, daß es zu keiner Überschneidung der kreisförmigen Marktgebiete kommt. Im Endstadium überlagern sich die Marktgebiete in der bekannten sechseckigen Wabenform, die gewährleistet, daß alle Nachfrager mit allen Gütern versorgt werden und die Unternehmen ihre Abstände maximiert haben.

Wenn wir von der Annahme ausgehen, daß die effektive Nachfrage gleichmäßig über den Raum verteilt ist, bestimmt das Netz der Marktgebiete aller denkbaren Absatzreichweiten für ein Grundraster von Produktionsstandorten ein System zentraler Orte, in dem zumindest theoretisch Korridore räumlicher Produktionsverdichtungen auftreten können. Es ist aber keineswegs erforderlich, daß jede der vorstellbaren Marktgebietsgrößen auch in der Realität vorkommt. Die Frage, ob ein System von oben nach unten oder von unten nach oben konstruiert ist, scheint nicht sehr relevant, da ein Christaller-System stets in einem Lösch-System enthalten ist.

Heute kann man sicherlich nicht bei der Annahme einer räumlich gleichverteilten Nachfrage stehenbleiben. Das Verdienst von Christaller und Lösch ist in der Tatsache zu sehen, daß es ihnen gelungen ist, selbst bei homogener Nachfrageverteilung eine räumliche Verdichtung der Produktionsaktivitäten in einem System zentraler Orte abzuleiten. Es ist zu erwarten, daß durch Endogenisierung der Einkommen die Konzentration der Produktion zunimmt. Als Resultat erhalten wir ein verdichtetes Zentrale-Orte-System, das eher einem Abbild der Realität entspricht als die sicherlich ästhetisch reizvollen klassischen Systeme der Zentrale-Orte-Theorie.

Lösch und Christaller dagegen unterstellen in ihren Systemen ein Land der Pendler, das in dieser Form kaum lebensfähig ist. Um die Fiktion der räumlich homogenen Nachfrageverteilung aufrechterhalten zu können, wird unterstellt, daß die Nachfrager, die in der Regel ja zugleich die Arbeitskräfte dieser Volkswirtschaft sind, täglich an ihren Arbeitsplatz im nahe gelegenen zentralen Ort eilen, dort arbeiten aber keineswegs konsumieren. Nach Rückkehr an ihren Wohn-

ort werden sie mit allen Waren beliefert, die sie mit ihren Arbeits- und Gewinneinkommen zu kaufen wünschen. Dieses Pendlerdasein wird nicht von Dauer sein. Die Arbeitskräfte werden versuchen, ihre Wohnorte in Richtung der Arbeitsplätze zu verlegen, bis sie einen in ihren Augen günstigen Kompromiß zwischen Wohnwert, Mietkosten, Pendlerzeit und -kosten gefunden haben.

Man sollte aber die Beziehung zwischen Nachfrageverteilung und räumlicher Konzentration der Produktion nicht als eine einseitige Kausalbeziehung, sondern als eine Wechselbeziehung betrachten:

- Zunächst fördert die räumlich gleichverteilte Nachfrage die Konzentration der Produktion. Dabei siedeln die Nachfrager dispers in der Landschaft, pendeln zur Arbeit und konsumieren an ihrem Wohnort. Diese Wirtschaft haben Christaller und Lösch beschrieben.
- Durch die räumliche Verdichtung der Produktion entstehen die Arbeits- und Gewinneinkommen in den Produktionsorten und werden ganz oder teilweise dort zur entsprechenden Endnachfrage.
- Die Arbeitskräfte bzw. Nachfrager verlegen ihre Wohnorte in Richtung der Arbeitsplätze, bis ein Kompromiß zwischen Wohnwerterwägungen und Pendlerentfernung gefunden ist.
- Es entsteht eine räumliche Konzentration der Nachfrage, die wiederum die lokale Konzentration der Produktion fördert, bis ein Gleichgewichtszustand erreicht ist.

Dieser Rückkoppelungseffekt trägt dazu bei, daß sich die regionale Konzentration der Beschäftigung in zentralen Orten lediglich soweit erhöht, bis eine Grenze durch gegenläufige Effekte (Preise, Flächenbedarf, Wohnkosten- und Wohnwerterwägungen) gefunden ist.

Diese Ausführungen können auch im Sinne einer geschichtlichen Entwicklung Zentraler-Orte-Systeme verstanden werden:

1. Stufe: Agrarwirtschaft
  - autonome Produktion in zentralen Orten niederster Stufe
  - homogene Landschaftsstruktur
  - homogene Verteilung der Nachfrage
2. Stufe: Agrarwirtschaft und Handwerk
  - Agrarproduktion in zentralen Orten niederster Stufe
  - Beginn der Arbeitsteilung
  - Produktion des Handwerks in zentralen Orten höherer Stufe
  - homogene Landschaftsstruktur
  - inhomogene Verteilung der Nachfrage
3. Stufe: Agrarwirtschaft, Handwerk und Industrie
  - Agrarproduktion in zentralen Orten niederster Stufe
  - ausgeprägte Arbeitsteilung
  - Ressourcenabhängigkeit
  - Konzentration von Wohn- und Arbeitsstätten
  - inhomogene Landschaftsstruktur
  - inhomogene Verteilung der Nachfrage
4. Stufe: Agrarwirtschaft, Handwerk, Industrie und tertiärer Sektor
  - Konzentration tertiärer Beschäftigung in den Ballungskernen
  - räumliche Verdichtung der Nachfrage

- Zeitbudget der Konsumenten
- hohe Mobilität
- Dekonzentrationstendenzen durch Kern-Rand-Wanderung
- inhomogene Landschaftsstruktur
- inhomogene Nachfrageverteilung

Als Fazit ist anzumerken, daß die Theorie der zentralen Orte vor allen Dingen durch Endogenisierung der Einkommen und Berücksichtigung entsprechender Konsumfunktionen weiterentwickelt werden sollte.

##### 5. Standorttheoretische Programmierungsmodelle

Diesen skizzierten Weg eröffnen standorttheoretische Programmierungsmodelle. In einem Aufsatz von SAMUELSON, 1952, wird zum ersten Mal in der Geschichte der ökonomischen Theorie die Methode der linearen Programmierung auf standorttheoretische Probleme angewandt. Es folgen die Arbeiten von BECKMANN und MARSCHAK, 1955, LEPEBER, 1958, und STEVENS, 1959. In ihnen wurde die allgemeine und auch heute noch gültige Form standorttheoretischer Programmierungsmodelle entwickelt. Auf dieser Grundlage wurden in den letzten 2 Jahrzehnten eine große Anzahl von Modellen (vgl. DEAN, LEAHY und McKEE, 1970; TAKAYAMA und JUDGE, 1971) entworfen und empirisch erprobt.

Die in Fortführung dieser Linie entwickelten Modelle gehen von einer gegebenen räumlichen Verteilung der Ressourcen und einer gegebenen räumlichen Verteilung der Endnachfrage aus. Insofern entsprechen Sie den Annahmen eines Lösch-Systems. Als Ergebnis wird im Laufe des Iterationsverfahrens entsprechend einer Zielfunktion eine optimale Verteilung der Produktionsaktivitäten im Raum erzielt und die optimale Struktur der Transportflüsse zwischen den einzelnen Regionen ermittelt. Dabei können - wie in unseren makroökonomischen LP-Modellen - mehrere Güter und Zwischenprodukte berücksichtigt werden.

Takayama und Judge haben zunächst gezeigt, daß die Annahme gegebener Angebots- und Nachfragemengen durch die allgemeinere Annahme von Angebots- und Nachfragefunktionen ersetzt werden kann. Als Ergebnis erhalten wir lineare Programmierungsmodelle mit quadratischen Zielfunktionen. Interessanter scheint der Ansatz von ALESHIN und MEDNITZKI, 1970, den SÖYLEMEZOGLU, 1975, weiterentwickelt hat. Der theoretisch korrekte Weg, Transportkosten zu berücksichtigen, ist, Transportaktivitäten wie jede andere Produktionsaktivität zu behandeln (vgl. BÖVENTER, 1962). Im Gegensatz zu dieser Forderung ist es in den meisten standorttheoretischen Programmierungsmodellen üblich, diesen Aspekt zu ignorieren und Transportaktivitäten als exogen vorgegeben zu betrachten; sie verursachen zwar Kosten, doch sind diese Kosten unabhängig von den übrigen Aktivitäten. Für partialanalytische Fragestellungen haben diese Ansätze ihre Berech-

tigung. Bei der Konstruktion von gesamtwirtschaftlichen Modellen empfiehlt es sich dagegen, dem Ansatz von Lefeber zu folgen und Transportaktivitäten als endogen bestimmt zu betrachten. Dabei sollten aber nicht nur die Transportkosten der Zwischen- und Endprodukte einbezogen werden, sondern ebenso die Transportkosten und das beschränkte Zeitbudget der Pendler und Verbraucher.

Das Modell von Aleshin und Mednitzki hat gegenüber den Modellen von Takayama und Judge den Vorzug, daß es in seiner Struktur die räumlichen Beziehungen widerspiegelt. Die Produktionsaktivitäten sind von den Transportaktivitäten in der Weise unabhängig, daß die Auswahl bestimmter Produktionsaktivitäten noch völlig offen läßt, wohin das produzierte Gut geliefert wird, eine für den Aufbau eines Zentrale-Orte-Systems wesentliche Forderung. Bei Takayama und Judge wird mit der Auswahl einer bestimmten Produktionsaktivität bereits festgelegt, in welcher Region dieses Gut benötigt wird.

Ohne das Modell hier abbilden zu wollen, sei darauf hingewiesen, daß von der Grundstruktur dieses Modells die Regionen voneinander unabhängige Produktionskomplexe bilden, die lediglich über Lieferbeziehungen miteinander verbunden sind. Das Modell stellt also ein System dar, das die kostengünstigste Verteilung gegebener Produktionsaktivitäten für mehrere Regionen sucht. Die Produktionskostenunterschiede in den einzelnen Regionen, die unterschiedliche Ausstattung mit Ressourcen, die räumliche Verteilung der Endnachfrage sowie die Transportkosten bestimmen die räumliche Struktur der Produktionsaktivitäten. Damit sind zugleich die intraregionalen Güter- und Leistungsströme bestimmt.

In der üblichen Zentrale-Orte-Theorie und auch in der Kategorie der bisher skizzierten regionalen Programmierungsmodelle wird angenommen, daß die gegebene räumliche Verteilung der Nachfrage unabhängig von der Variation des Beschäftigtenniveaus in den einzelnen Regionen ist. Diese Annahme, die auch typisch für offene Input-Output-Modelle ist, verletzt im Grunde den Kreislaufgedanken. Wie bereits betont wurde, ist die Beziehung zwischen räumlicher Nachfrageverteilung und räumlicher Verteilung der Produktionsaktivitäten nicht als eine Kausalbeziehung im Sinne einer Einbahnstraße zu begreifen, sondern als eine Wechselbeziehung. Wie kann aber diese Wechselbeziehung in einem Programmierungsmodell erfaßt werden? Der geeignete Weg wurde bereits in der Input-Output-Analyse (SCHUMANN, 1968; ISARD und LANGFORD, 1967) besprochen: Die regionalen Programmierungsmodelle werden durch Konsumfunktionen des keynesianischen Typs erweitert.

An dieser Stelle sei nur auf die entsprechende Literatur verwiesen, da es uns zunächst darum geht zu zeigen, wie man ein makroökonomisches Programmie-

rungsmodell, in Modelle überführen kann, die explizit räumliche Wirtschaftsbeziehungen erfassen. Da die Berücksichtigung von Konsumfunktionen in derartigen Programmierungsmodellen mit dem Nachteil behaftet ist, daß die absoluten Glieder der Funktionen ( $C = a + bY$ ) exogen vorgegeben werden müssen, schlagen wir einen anderen Weg vor.

Das Modell I (vgl. Tabelle 1) wird um Annahmen erweitert, die es ermöglichen, für ein System von Rasterpunkten im Raum die Standorte von zentralen Orten zu bestimmen.

- (1) Importe und Exporte werden endogen bestimmt. Lediglich die technisch bedingten Vorleistungskoeffizienten werden vorgegeben. Dabei spielt es keine Rolle, in welcher Region die Vorleistungen hergestellt werden.
- (2) Transportleistungen werden wie jedes andere Gut behandelt. Beim Transport von Gütern treten Transportkosten in Form des Güterverbrauchs (z.B. verfaulte Tomaten und Reifenverschleiß beim Transport von Tomaten) und für Primärfaktoren (Arbeitsleistung des Kraftfahrers und Leistungsabgabe des Lastkraftwagens) auf.
- (3) Der Primärfaktor Arbeit ist intersektoral und interregional mobil.
- (4) Die Haushalte besitzen kein starres Arbeitsangebot. Sie bekunden auch Präferenzen bezüglich ihrer Freizeit. Die Hilfsvariable für Freizeit erhält daher in der Zielfunktion einen positiven Parameter.
- (5) Wohn- und Arbeitsplätze der Haushalte sind identisch.
- (6) Die Haushalte können in den einzelnen Regionen unterschiedliche Präferenzen bekunden. In diesem Fall wird eine kardinale Meßbarkeit des Nutzens unterstellt.
- (7) Der Primärfaktor Kapital ist intersektoral und interregional immobil. Um das Modell übersichtlich zu halten, wurde darauf verzichtet, verschiedene Ausprägungen des Kapitals zu berücksichtigen, so z.B.
  - Kapital (Maschinen, Gebäude),
  - Boden (Flächenbedarf der Produktion),
  - Ressourcen (erschöpfbare oder nicht erschöpfbare),
  - Infrastruktur (private, öffentliche),
  - Verkehrswege (natürliche, erbaute).

Diese Überlegungen führen zum Modell II (vgl. Tabelle 3). Erweitert man diesen Ansatz für eine endliche Anzahl von Regionen, so erhält man ein Programmierungsmodell zur Standortbestimmung zentraler Orte. Die Optimallösung entspricht dem Theorem der komparativen Kosten, die Vorteile der interregionalen Arbeitsteilung werden genutzt. Die gesamtwirtschaftliche Lösung kann als sozialökonomisches Optimum bezeichnet werden, da effizient produziert wird und eine Pareto-optimale Verteilung der Güter erfolgt, die den Leistungsabgaben der Primärfaktoren entspricht. Voraussetzung ist allerdings, daß diese mit ihren "Schattenpreisen" entlohnt werden. Als Ergebnis erhalten wir das Volkseinkommen. Ebenso ergibt sich das Volkseinkommen, wenn wir den Endnachfragemengen über einen "numéraire" entsprechende Produktpreise zuweisen. Auf diese Weise können wir für die Optimallösung auch eine monetäre Input-Output-Tabelle erstellen. Unterstellt man dagegen, daß ein "Agent" die Gleichgewichtspreise festgelegt hat, so ist es vorstellbar, daß gewinnmaximierende Unternehmen dezentral Produktionsorte suchen und finden, in denen sie ihre Produktionspläne realisieren können.

Tabelle 3: Ein Programmierungsmodell für 2 Regionen (Modell II)

	Vorleistungen inkl. Imp.		Exporte bzw. Importe		Transportleist.		Konsumgüter		Restkapazität		Kapazität												
	Region 1	Region 2	Region 1	Region 2	Reg. 1	Reg. 2	Reg. 1	Reg. 2	Reg. 1	Reg. 2		VW											
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$	$Q$
$a_{11}^{-1}$	$a_{12}$			-1		1		1				1											0
$a_{21}$	$a_{22}^{-1}$				-1		1		1														0
$k_1$																	1						$k_1$
$k_2$																		1					$k_2$
$x_3$		$a_{33}^{-1}$	$a_{34}$	1		-1				1													0
$x_4$		$a_{43}$	$a_{44}^{-1}$		1		-1				1												0
$k_3$		$k_3$																	1				$k_3$
$k_4$		$k_4$																		1			$k_4$
$T_1$				$t_{55}$	$t_{56}$			-1															0
$T_2$				$t_{65}$	$t_{66}$																		0
$T_3$						$t_{77}$	$t_{78}$																0
$T_4$						$t_{87}$	$t_{88}$																0
$x_5$				$k_5$	$k_6$																		$k_6$
$k_6$				$l_5$	$l_6$	$k_7$	$k_8$																$k_7$
$L$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_6$	$l_7$	$l_8$															$L$
ZF									$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$											Max!

$$x_9 = x_1^t = \min(b_9 x_1, b_{10} x_2, b_{11} k_5, b_{12} k_6, b_{13} L) \left\{ \begin{array}{l} \text{Produktionsfunktion für Transporte des Gutes 1, wobei } t_{55} = 1/b_9. \\ (\text{Import an Gut 1} \times \text{Transportkoeffizient}) + (\text{Import an Gut 2} \times \text{Transportkoeffizient}) = \text{Verbrauch von Gut 1 durch Transportleistungen} \end{array} \right.$$

$$t_{55} \cdot x_5 + t_{56} \cdot x_6 = x_9$$

Die Haushalte andererseits beziehen als Eigentümer der Primärfaktoren Einkommen aus diesem Produktionsprozeß, die sie im Sinne ihrer Präferenzen für Konsumgüter und Freizeit verwenden. Die im Optimaltableau ausgewiesenen Produkt- und Faktormengen entsprechen den Angebots- und Nachfragemengen auf den einzelnen Märkten. Diese Interpretation im Sinne des totalen mikroökonomischen Gleichgewichts ist allerdings nur möglich, wenn man für alle Regionen identische Präferenzen der Verbraucher unterstellt. Betrachtet man die Zielfunktion dagegen als Vorstellung eines "Planers" über die wünschenswerte Gestaltung einer Volkswirtschaft, so kann das Ergebnis nur ein System zentraler Orte sein, das diesen Vorstellungen entspricht. Es sei eingestanden, daß noch einige Arbeit zu leisten ist, bis regionalisierte Programmierungsmodelle, die sich im Sinne des totalen mikroökonomischen Gleichgewichts interpretieren lassen, eine Hierarchie von Städten im Sinne der Theorie der zentralen Orte abbilden können. Die bisherigen Ausführungen dienen dem Zweck, einen Weg aufzuzeigen.

#### 6. Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen

Wie könnte nun eine Hierarchie der Städte aus derartigen Programmierungsmodellen, die in die Theorie der zentralen Orte integriert wurden, abgeleitet werden? Als Ausgangsbasis dient das Modell von BECKMANN, 1958. Die Grundidee ist folgende:  
 - Hauptfunktion der Städte ist, die eigene Bevölkerung und ein wohlbegrenztes Hinterland mit Gütern und Dienstleistungen unterschiedlicher Reichweite zu versorgen.  
 - In diesem Hinterland befinden sich kleinere zentrale Orte als Satellitenstädte, die ihrerseits ein kleineres Hinterland versorgen und entsprechend kleinere Satelliten besitzen.

Die unterschiedliche Reichweite der verschiedenen Produkte und Dienstleistungen, die je nach Hierarchiestufe in den einzelnen zentralen Orten hergestellt werden, wird von der für jedes Produkt typischen maximalen Absatzreichweite bestimmt. Da unter den gegebenen Voraussetzungen nicht jedes Produkt zugleich an jedem Standort produziert werden kann, ergibt sich aus der vorgegebenen Nachfrageverteilung eine Hierarchie der Städte.

Der Aufbau eines einfachen Hierarchiemodells zentraler Orte kann folgendermaßen formalisiert werden:

(A) Ausgehend von einer homogenen Fläche mit gleichverteilten Ressourcen sei die Größe einer Stadt der Hierarchiestufe  $m$  proportional zu der Bevölkerung, die von ihr versorgt wird.

$$E_m = c \cdot B_m \quad E_m = \text{Einwohner einer Stadt der } m\text{-ten Hierarchiestufe}$$

wobei  $V_m = \text{externe Versorgungsbevölkerung einer Stadt der } m\text{-ten Hierarchiestufe}$

$$B_m = E_m + V_m \quad B_m = \text{Gesamtversorgungsbevölkerung einer Stadt der } m\text{-ten Hierarchiestufe}$$

und  $0 < c < 1 \quad c = \text{Versorgungskoeffizient (Relation der städtischen Bevölkerung zur Gesamtversorgungsbevölkerung)}$

(B) Jeder zentrale Ort höherer Ordnung besitzt eine für diese Hierarchiestufe typische Anzahl von Satellitenstädten.

$$B_m = E_m + V_{m-1} + s \cdot B_{m-1} \quad s = \text{Anzahl der Satellitenstädte einer Stadt}$$

Die Annahme (A) kann im Sinne einer Produktionsfunktion interpretiert werden, wenn man  $(E_m)$  als Produktionsfaktor Arbeit und  $(B_m)$  als Nahrungsvariable für den Output interpretiert. Diese Möglichkeit war der Ausgangspunkt für die bisherigen Überlegungen. In der von Beckmann formulierten Fassung sind keine eigentlich ökonomischen Bestimmungsgründe für die Herausbildung einer Hierarchie von Städten enthalten. Es werden deterministische Zusammenhänge entwickelt, die lediglich als Beschreibungsansatz, nicht aber als Erklärungsansatz dienen können. Deshalb rechne ich diese Modelle der Demographie zu. DACEY, PARR, HENDERSON, MILLS, RICHARDSON und TINBERGEN haben diesen Ansatz weiterentwickelt, doch keiner hat versucht, Produktionsfunktionen und Verhaltenshypothesen zu integrieren.

Wir haben uns in den vorangehenden Überlegungen dafür entschieden, den Parameter (c) in der Bedingung (A) durch eine linear-limitationale Technologie zu ersetzen, die Zwischenprodukte und die Primärfaktoren Arbeit und Kapital berücksichtigt. Die Annahme (B) besagt, daß sich die Gesamtbevölkerung  $(B_m)$  die von einer Stadt der Hierarchiestufe (m) versorgt wird, zusammensetzt aus

- der Bevölkerung dieser Stadt  $(E_m)$ ,
- der Versorgungsbevölkerung der auf der Hierarchiestufe (m-1) zugeordneten Satellitenstädte  $(s \cdot B_{m-1})$  und
- der Bevölkerung im Hinterland  $(V_{m-1})$ , die schon auf der vorgelagerten Hierarchiestufe unmittelbar von  $m-1$  ihr versorgt wird.

Um zu einer allgemeinen Lösung zu gelangen, die für beliebige Hierarchiestufen gültig ist, ergibt sich folgender Ansatz:

$$B_m = E_m + s \cdot B_{m-1} + V_{m-1} \quad \text{wobei } E_m = c \cdot B_m$$

$$B_m = c \cdot B_m + s \cdot B_{m-1} + V_{m-1}$$

Als Ergebnis erhalten wir eine allgemeine Lösung, die sich auf die kleinsten Marktgebiete  $(V_1)$  bezieht:

$$B_m = \frac{1}{1-c} V_1 \left( \frac{s}{1-c} + 1 \right)^{m-1}$$

Die gesamte Versorgungsbevölkerung einer Hierarchiestufe (m) läßt sich also in Einheiten der kleinsten ländlichen Siedlungseinheit  $V_1$  ausdrücken. Für die Bevölkerungsgröße einer Stadt der Hierarchiestufe m ergibt sich dann:

$$E_m = \frac{c \cdot V_1}{1-c} \left( \frac{s}{1-c} + 1 \right)^{m-1}$$

Der Ausdruck  $(c/1-c)$  kann als "urban multiplier" bezeichnet werden. Er bestimmt, wieviel städtische Bevölkerung notwendig ist, um die Bevölkerung untergeordneter Hierarchiestufen zu versorgen.

Mit Hilfe dieser relativ einfachen Ableitungen kann man nun den Bevölkerungsaufbau einer theoretischen Landschaftsstruktur zentraler Orte ableiten, aus der sich eine Rang-Größen-Verteilung der Städte ergibt. Betrachtet man in Abbildung 7 das Gesamtbild der Rang-Größen-Verteilung zentraler Orte für ein einfaches Zentrale-Orte-System, so zeigt sich, daß die Verteilungsfunktion zwar nicht der sogenannten "ideal-rank-size" entspricht. Dennoch kann man von einem annähernd linearen Verlauf der Verteilungsfunktion im doppellogarithmischen Raum unterhalb der "ideal-rank-size" sprechen, wenn man bedenkt, daß die Zahl der Sprungstellen für ein vollständiges Lössch-System schwindet.

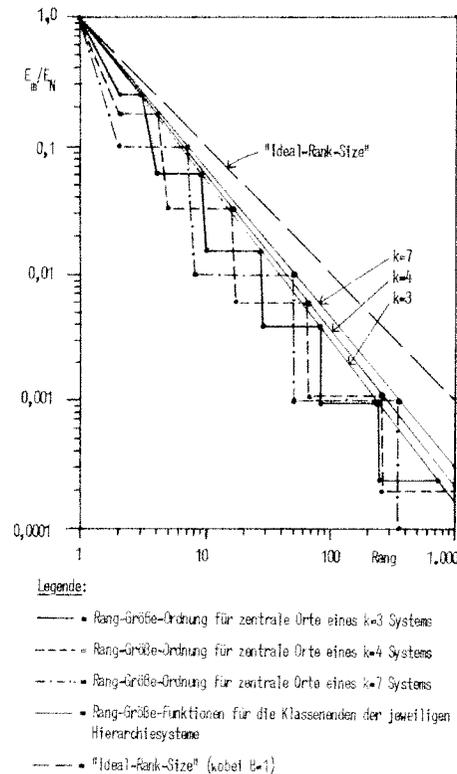


Abbildung 7: Rang-Größe-Ordnung von Städten für ein Hierarchiesystem mit unterschiedlicher Zuordnung von Satellitenstädten

Unschwer läßt sich dieser Ansatz um individuelle Versorgungskoeffizienten und alternative Zuordnung von Satelliten erweitern, wie BECKMANN und McPHERSON, 1970, nachgewiesen haben. Dieses Modell ist in der Lage ein kompliziertes Lössch-System abzubilden.

In den bisherigen Hierarchiemodellen wird zwar implizit eine räumliche Zuordnung der zentralen Orte vorgenommen, dennoch kann auf einfache Weise gezeigt werden, daß die spezifische Lage einer Stadt im Umfeld der anderen zentralen Orte mit diesem Ansatz nicht explizit erfaßt werden kann. So könnte es in empirischen Untersuchungen geschehen, daß Verteilungsfunktionen identifiziert würden, die der hierarchischen Grundstruktur eines Zentrale-Orte-Systems entsprechen, ohne daß zugleich gesichert ist, daß die einzelnen Städte auch den ihnen von der Theorie der zentralen Orte zugedachten Standort im Gesamt-raum einnehmen. Eine lineare Rang-Größen-Ordnung ist eine notwendige, nicht aber schon eine hinreichende Bedingung für die Identifikation eines Zentrale-Orte-Systems. Es genügt also nicht, lediglich den Hierarchieaufbau der Städte eines Landes zu untersuchen, ohne zugleich die räumliche Verteilung zu berücksichtigen. Potentialwerte der einzelnen Städte könnten diese Kontrollfunktion übernehmen, da durch sie die räumliche Lage einer Stadt innerhalb der Hierarchie explizit berücksichtigt werden kann. Durch den Vergleich der Bevölkerungshierarchie mit den entsprechenden Potentialwerten kann die Position eines zentralen Ortes im Raum bestimmt werden, so daß räumliche und bevölkerungsspezifische Abweichungen von theoretischen Grundmodellen genau quantifiziert werden können.

Bei der Konstruktion einfacher Modellländer erweist sich, daß die Rang-Größen-Verteilung für Potentialwerte von Städten eine Ablenkung nach außen gegenüber den reinen Einwohnerwerten erfährt, sie sind in der Regel also relativ größer.

Um einige der theoretischen Aussagen zu überprüfen, soll zum Schluß die Hierarchie der Städte in der Bundesrepublik Deutschland untersucht werden. Dabei wird insbesondere die Frage zu prüfen sein, ob der hierarchische Aufbau in Ansätzen einem zentralörtlichen System entspricht. Entsprechende Untersuchungen wurden für Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland (vgl. BEUTEL, 1976) vorgenommen. Agglomerationen, die eine räumliche Einheit bilden, wurden zusammengefaßt. Die Rang-Größe-Verteilung der Stadtregionen am 31.12.68 wird durch die Rang-Größen-Verteilungsfunktion  $R^{\beta} \cdot E_T = E_N$  bzw.  $\log E_R = \log E_N - \beta \cdot \log R$  angemessen dargestellt. Mit anderen geeigneten Verteilungsfunktionen (Exponential-, Lognormal, Gamma und Pareto-Verteilungsfunktion) wurden schlechtere Ergebnisse erzielt.

Für die Rang-Größen-Verteilung der 57 Stadtregionen am 31.12.1968 konnte folgende Regressionsgerade ermittelt werden:

$$\log E_R = 3,94005 - 1,11894 \log R \quad \text{wobei } E = \text{Einwohner in 1.000}$$

$$(0,01838) (0,01314) \quad \text{Standardabweichung des Regressionskoeffizienten}$$

$$\leq 0,01 \quad \leq 0,01 \quad \text{2-seitige Irrtumswahrscheinlichkeit in Prozent}$$

Das Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,993$  zeigt, daß die Varianz weitgehend durch die Rang-Größen-Verteilungsfunktion erklärt wird.

Obwohl sich damit zunächst die Hypothese zu bestätigen scheint, daß die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland den hierarchischen Aufbau eines zentralörtlichen Systems aufweisen, da die "Rank-Size-Rule" Bestätigung fand, sollte das einheitliche Bild des Hierarchieaufbaus nicht darüber hinwegtäuschen, daß die räumliche Lage der Stadtregionen in dieser Betrachtung unberücksichtigt bleibt. Deshalb wollen wir versuchen zu klären, ob sich die Rang-Größen-Ordnung wesentlich verändert, wenn die entsprechenden Entfernungen zwischen den Stadtregionen einbezogen werden. Dazu werden Potentiale in der folgenden Form berechnet:

$$P_i^1 = \sum_{j=1}^{57} \frac{E_i \cdot E_j}{d_{ij}^\beta}$$

wobei  $\beta = 1$  und  $i \neq j$

$P_i^1$  = Potential 1 der Stadtregion i (mit  $\beta = 1$ )

$E_i$  = Einwohner der Stadtregion i

$E_j$  = Einwohner der Stadtregion j

$d_{ij}$  = einfache Entfernung zwischen den Stadtregionen i und j in Straßenkilometern

Für jede Stadtregion wird nun festgestellt, ob der zugeordnete Potentialwert dem Rang-Größen-Wert eines Zentrale-Orte-Systems entspricht. Die Rang-Größen-Verteilung von Potentialwerten kann dabei sinnvollerweise nur eine Kontrollfunktion dafür übernehmen, wie der Standort der einzelnen Stadtregion innerhalb der Gesamthierarchie zu bewerten ist. In der Bundesrepublik Deutschland wird die Rang-Größen-Verteilungsfunktion für Bevölkerungswerte der Stadtregionen von einem gezackten Gebirge entsprechender Potentialwerte (vgl. Abbildung 8) überlagert, das wenig Regelmäßigkeiten erkennen läßt. Die Hypothese, daß es sich hierbei um ein strenges Zentrale-Orte-System handelt, wird verworfen.

Die theoretischen Überlegungen und anschließenden empirischen Untersuchungen zur Hierarchie der Stadtregionen weisen einen neuen Weg zur Beschreibung zentralörtlicher Systeme. Mit der expliziten Berücksichtigung der räumlichen Lage einer Stadt im Umfeld der anderen Stadtregionen kann über den Vergleich von Potential- und Bevölkerungsanteilsdaten eine Methode zur Messung der Abweichungen der Beobachtungswerte von den entsprechenden Kennziffern theoretischer Landschaftsstrukturmodelle entwickelt werden. Im Rahmen dieser Unter-

suchung konnte allerdings nicht ermittelt werden, wie sensitiv dieser Vergleichsmaßstab eigentlich ist.

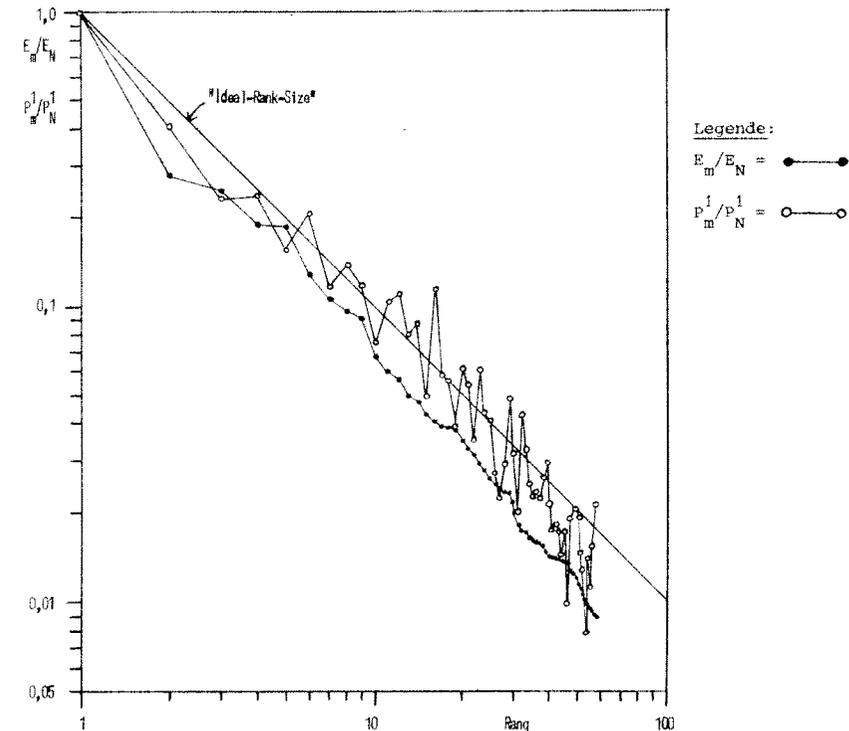


Abbildung 8: Rang-Größen-Ordnung der Bevölkerungs- und Potentialwerte für Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland am 31.12.1968

Für die Bundesrepublik Deutschland wurde festgestellt, daß der Hierarchieaufbau der Stadtregionen zwar nicht genau der sogenannten "ideal-rank-size" entspricht, die lineare Anpassung für die 57 größten Stadtregionen aber recht gut ist. Wie wir mehrfach betont haben, bietet diese Beobachtung aber keine Gewähr dafür, daß damit ein streng hierarchisches Zentrale-Orte-System identifiziert wurde. Wie die Kontrolle durch Potentialwerte gezeigt hat, bestehen trotz des stetigen Hierarchieaufbaus erhebliche räumliche Abweichungen für Verdichtung und Konzentration der Bevölkerung von theoretischen Grundsystemen.

Diese können nun aber quantifiziert und in ihrer systematischen Grundstruktur analysiert werden. Dabei geht es im Rahmen dieser Untersuchung nicht um die Frage, wie die räumliche Lage einer Stadtregion am besten berücksichtigt werden kann. Wichtiger scheint, daß sie überhaupt berücksichtigt wird. Als eine der Ursachen der Ablenkung der Rang-Größen-Verteilungsfunktion nach unten ist die Möglichkeit zu nennen, daß viele Stadtregionen im Sinne eines Zentrale-Orte Schemas zu dicht beieinanderliegen; eine Tatsache, die durch zahlreiche Stadtregionen mit relativ hohem Potentialanteil bestätigt wird. Eine der eigentlichen Ursachen ist aber in dem durch die Nachkriegsgeschichte der Bundesrepublik Deutschland bedingten rechteckigen Ausfbau des Staatsgebietes zu sehen, bei dem sich beinahe zwangsläufig ein Nord-Süd-Verdichtungsband herausbilden muß. Damit lassen sich die wichtigsten Ergebnisse folgendermaßen zusammenfassen:

- Selbst auf homogener Fläche kann sich keine strenge Hierarchie der Städte im Sinne der zentralen Orte bilden, wenn ein Land wie die Bundesrepublik Deutschland ein langgezogenes, rechteckiges Staatsgebiet besitzt. In diesem Fall muß es zu einem dominierenden bandförmigen Verdichtungskorridor kommen.
- Ausdruck dieser bandartigen Verdichtung wird sein, daß die Potentialwerte der meisten Stadtregionen relativ größer sind, als es ihrem Rang entspricht. Aus der Abweichung kann auf die Verdichtung der Stadtregionen im Raum geschlossen werden.
- Im Bereich des größten Umgebungspotentials müßte sich nach der Theorie der zentralen Orte auch das höchste Potential und damit auch der größte Ballungsraum befinden.
- Abweichungen können auch durch das Auftreten externer Effekte bedingt sein, die zur Verkleinerung der Marktgebiete untergeordneter Orte führen. Diese Städte liegen plötzlich zu nahe bei übergeordneten zentralen Orten; ihr Potential ist deshalb relativ größer als die reine Einwohnergröße. Auch aus diesem Prozeß kann die Entstehung bandartiger Verdichtungen abgeleitet werden.
- Stadtregionen mit leicht positiven Abweichungen von Potential und Einwohnergröße nehmen eine ihrer Größe gemäße Stellung im Zentrale-Orte-System ein.

Im Bereich des größten Umgebungspotentials ist auf die Dauer die Herausbildung des höchsten Gesamtpotentials und damit des größten Ballungsraumes zu erwarten. Denkt man in europäischen Kategorien, so mag sich dieses Potential irgendwo im Raum Ruhrgebiet-Amsterdam-Brüssel liegen. Beschränkt man diese Betrachtung aber auf die Bundesrepublik Deutschland, wofür zumindest arbeitsmarktliche Aspekte sprechen, so befinden sich zwei etwa gleich große Umgebungspotentiale am südlichen Rand des Ruhrgebietes und im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Raum. Da der Süden insgesamt geringer verdichtet ist als der Norden, erwarten wir, daß hier in Zukunft besonders starke Wachstumskräfte auftreten werden, wofür auch strukturelle Aspekte und Wohnwertewägungen sprechen. Diese theore-

tischen Überlegungen finden zum Teil bereits ihre Bestätigung in dem Wachstumsprozeß deutscher Städte während der letzten 30 Jahre.

Wenn man akzeptiert, daß die Wirtschaftsbeziehungen der Städte untereinander durch den Gravitationsansatz erfaßt werden können, kann das Ergebnis theoretischer Überlegungen zur Landschaftsstruktur nicht ein strenges Zentrale-Orte-Gefüge im Sinne von Christaller oder Lösch sein, sondern nur ein verdichtetes Zentrale-Orte-System. Für ein überquadratisches Land müssen diese Verdichtungstendenzen auch unter Vernachlässigung externer Effekte und Außenwirtschaftsbeziehungen bandartig auftreten. Berücksichtigt man weiterhin den Nachweis von Lösch zur Spezialisierung einzelner Städte und räumlichen Verdichtung der Produktion, so ist klar, daß die ökonomischen Bestimmungsgründe, warum es zu bandartigen Verdichtungen kommt, längst erkannt sind. In der Regionalplanung werden sie in den letzten Jahren neu entdeckt. Es ist die Rede davon, daß die moderne Planung in Kategorien von Verdichtungs- und Entwicklungsachsen zu denken habe. In einigen Fällen wird sogar versucht nachzuweisen, daß es erst in den letzten Jahrzehnten zu dieser bandartigen Kontraktion gekommen ist. Offensichtlich wird hier die Beobachtung, daß die Verdichtungsgebiete in den letzten 3 Jahrzehnten auf Grund steigender Mobilität der Bevölkerung zusammenwachsen, mit der Tatsache verwechselt, daß die Grundlage für diese Verdichtung bereits im Zeitalter der Industrialisierung angelegt wurde.

#### Literatur:

- Aleshin, S.; Mednitzki, V. (1970): Algorithm Problems in an Interregional Inter-industry Model, in: Papers of the Regional Science Association, Vol 24, S. 171-181.
- Beckmann, M.J.; Marshak, T. (1955): An Activity Analysis Approach to Location Theory, in: Proceedings of the Second Symposium in Linear Programming, H.A. Antosiewicz (Hrsg.), S. 357-377.
- Beckmann, M.J. (1958): City Hierarchies and the Distribution of City Size, in: Economic Development and Cultural Change, Vol. 6, S. 243-248.
- Beckmann, M.J.; McPherson, J.C. (1970): City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, in: Journal of Regional Science, Vol. 10, S. 25-33.
- Bergson, A. (1938): A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics, in: Quarterly Journal of Economics, Vol. 52, S. 310-334.
- Beutel, J. (1976): Konzentrations- und Verstädterungstendenzen in der Bundesrepublik Deutschland - Raumwirtschaftstheoretische Analyse und raumordnungspolitische Strategien der Entlastung für Verdichtungsräume, Meisenheim/Glan.
- Beutel, J. (1976): Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen - Raumwirtschaftstheoretische Analyse der Verstädterung und empirische Untersuchungen zum Wachstum der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland, Dissertation, Universität München.

- Böventer, E. von(1963): Theorie des räumlichen Gleichgewichts, Tübingen.
- Christaller, W.(1933): Die zentralen Orte in Süddeutschland - Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeit der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischen Funktionen, Jena.
- Dacey, M.F.(1966): Population of Places in a Central Place Hierarchy, in: Journal of Regional Science, Vol 6, S. 27-33.
- Dean, R.; Leahy, W.; McKee, D.(Hrsg.)(1970): Spatial Economic Theory, New York.
- Graaf, J. de(1957): Theoretical Welfare Economics, Cambridge.
- Greenhut, M.L.(1970): A Theory of the Firm in Economic Space, New York.
- Henderson, J.V.(1972): Hierarchy Models of City Size - An Economic Evaluation, in: Journal of Regional Science, Vol. 12, S. 435-441.
- Isard, W.; Langford, T.W.(1967): Regional Input-Output-Study - Recollections, Reflections and Diverse Notes on the Philadelphia Experience, Philadelphia.
- Lefebvre, L.(1958): Allocation in Space - Production, Transport and Industrial Location, Amsterdam.
- Little, I.M.D.(1952): Social Choice and Individual Values, Journal of Political Economy, Vol. 60, S. 422-432.
- Lösch, A.(1940): Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, Jena.
- Meade, J.E.(1952): External Economies and Diseconomies in a Competitive Situation, in: Economic Journal, Vol. 62, S. 54-62.
- Mills, E.S.(1972): Urban Economics, Glenview Ill.
- Parr, J.B.(1970): City Hierarchies and the Distribution of City Size - A Reconsideration of Beckmann's Contribution, in: Journal of Regional Science, Vol. 9, S. 239-253.
- Richardson, H.W.(1973): Theory of the Distribution of City Sizes - Review and Prospects, in: Regional Studies, Vol. 7, S. 239-251.
- Samuelson, P.A.(1947): Foundations of Economic Analysis, Cambridge, Mass.
- Samuelson, P.A.(1952): Spatial Price Equilibrium and Linear Programming, in: American Economic Review, Vol. 42, S. 283-303.
- Schumann, J.(1968): Input-Output-Analyse, Berlin.
- Söylemezoglu, A.(1976): Die Anwendung der Linearen Programmierung in der Regionalplanung mit besonderer Berücksichtigung des Dekompositionsverfahrens, Dissertation, Universität München.
- Sohmen, E.(1976): Allokationstheorie und Wirtschaftspolitik, Tübingen.
- Stevens, B.H.(1959): An Interregional Linear Programming Model, in: Journal of Regional Science, Vol. 1, S. 60-98.
- Takayama, T.; Judge, G.G.(1971): Spatial and Temporal Price and Allocation Models, Amsterdam.
- Tinbergen, J.(1967): The Hierarchy Model of the Size Distribution of Centers, in: Papers of the Regional Science Association, Vol. 20, S. 65-68.

Dipl.-Volkswirt Georges Bougioukos  
 Dipl.-Mathematiker Georg Erdmann  
 Dipl.-Volkswirt Bernd Spiekermann

Bevölkerungsentwicklung, interindustrielle  
 Verflechtung und öffentliche Finanzen in Hessen

1. Einleitung: Das Hessen-Modell
2. Bevölkerungsentwicklung
3. Input-Output-Struktur
4. Öffentliche Finanzen
5. Ausblick

Anschrift:

Sonderforschungsbereich 26 Raumordnung und Raumwirtschaft  
 Stadtgraben 9  
 4400 Münster